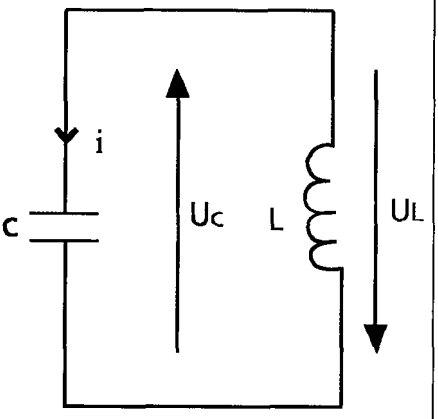
Etude théorique des oscillations d'un circuit série LC :

a- Equation différentielle

- Loi des mailles :

$$u_L + u_c = 0 \Rightarrow L.\frac{di}{dt} + u_c = 0$$



$$\text{Or } i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C.u_C \Rightarrow i = C.\frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0 \text{ ou } \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

- On peut aussi écrire une équation différentielle pour q.

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

- La solution de l'équation différentielle est de la forme :

  $u_C = U_m.\sin(\omega_0.t + \varphi)$; U_m , ω_0 et φ étant des constantes à déterminer.

  - $\frac{du_C}{dt} = \omega_0.U_m.\cos(\omega_0 t + \varphi)$
  - $\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\omega_0^2.U_m.\sin(\omega_0 t + \varphi)$
  - L'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = (-\omega_0^2 + \frac{1}{LC}).U_m.\sin(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

  - Relation valable pour tout t. Il faut donc :

$-\omega_0^2 + \frac{1}{LC} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; ω_0 est appelée pulsation propre des oscillations électriques, elle s'exprime en $rad.s^{-1}$.

  - On utilise les conditions initiales pour déterminer U_m et φ :
    - ✓ A t=0s , $u_C = U_m.\sin(\varphi)$; φ est appelé phase à l'origine. Souvent $u_C = U_m$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
    - ✓ La fonction sinus varie entre -1 et 1, U_m est donc la valeur maximale, appelée amplitude de u_C. $U_m = E$.